



Dodawanie i odejmowanie

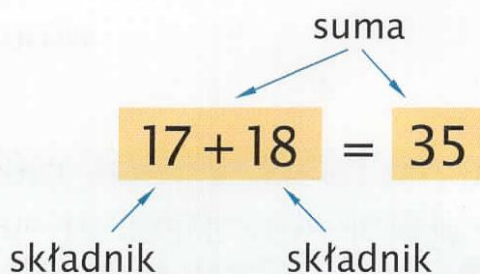
Klasa IV



RACHUNKI PAMIĘCIOWE – DODAWANIE I ODEJMOWANIE

N
278

Pamięciowe dodawanie i odejmowanie niezbyt dużych liczb zapewne nie sprawia ci już większego kłopotu. Przypomnijmy sobie, jak nazywamy liczby występujące w dodawaniu i odejmowaniu.



N
278

ĆWICZENIE A. Oblicz w pamięci:

a) $17 + 8$

b) $16 + 14$

$36 + 9$

$25 + 26$

$44 + 7$

$57 + 16$

N
278

ĆWICZENIE B. Oblicz w pamięci:

a) $27 - 8$

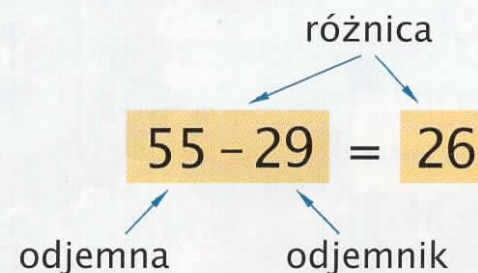
b) $27 - 15$

$47 - 9$

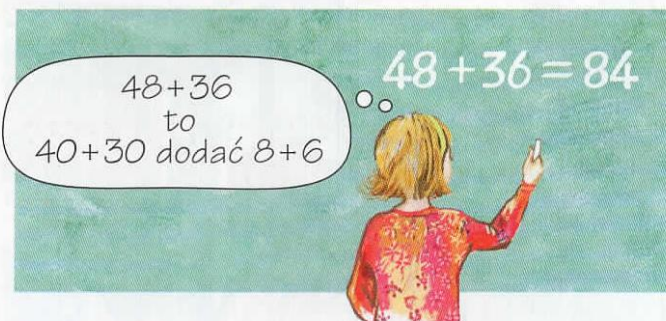
$38 - 29$

$83 - 6$

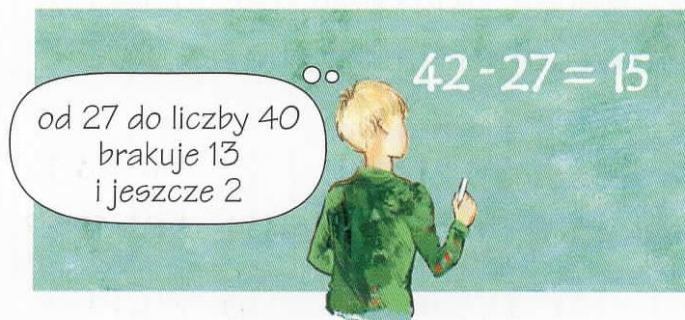
$50 - 12$



Dodawanie i odejmowanie można wykonywać na wiele różnych sposobów. Popatrz, jak Majka i Jacek obliczają sumę liczb $48 + 36$. Spróbuj wyjaśnić, w jaki sposób to robią. A jak ty obliczasz tego typu sumy?



Majka i Jacek stosują też różne metody obliczania różnicy $42 - 27$. Czy potrafisz wyjaśnić, na czym polegają ich metody? A w jaki sposób ty wykonujesz takie odejmowanie?





RACHUNKI PAMIĘCIOWE

N
308

ĆWICZENIE A. Oblicz w pamięci. Spróbuj wyjaśnić, w jaki sposób wykonujesz rachunki.

a) $33 + 15$

b) $48 + 36$

c) $150 + 60$

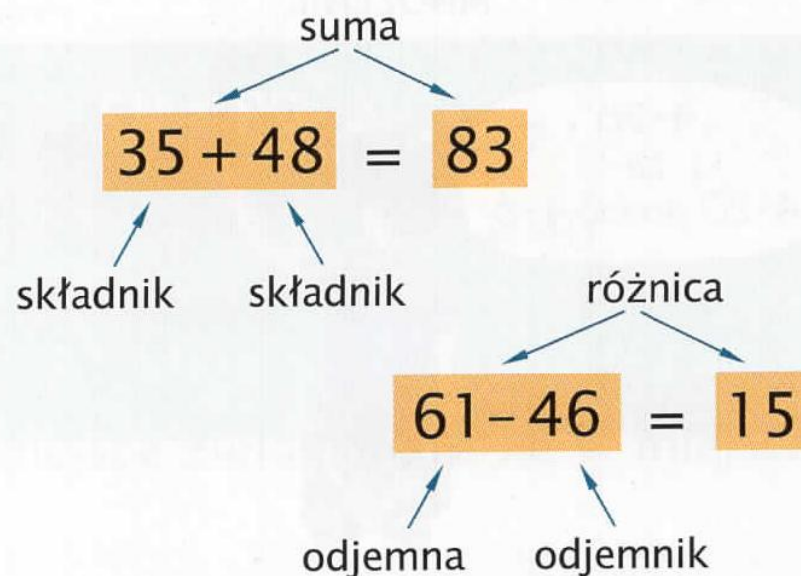
d) $250 + 330$

e) $30 - 12$

f) $52 - 45$

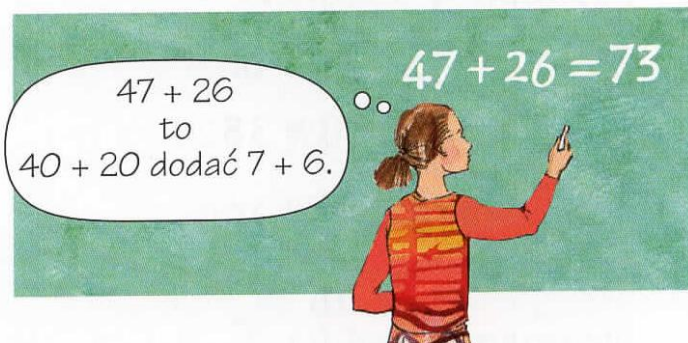
g) $120 - 95$

h) $1500 - 700$

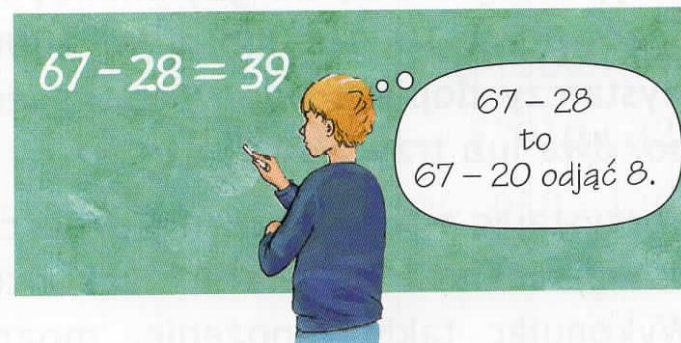


Dodawanie i odejmowanie w pamięci można wykonywać na wiele różnych sposobów. Poniżej przypominamy dwa przykłady dodawania i dwa przykłady odejmowania. Być może ty wykonujesz takie rachunki jeszcze w inny sposób.

DODAWANIE – SPOSÓB I



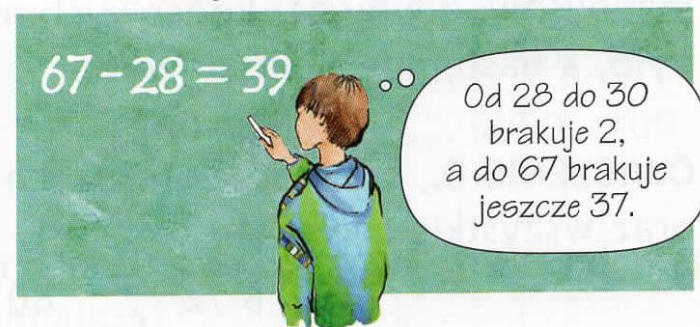
ODEJMOWANIE – SPOSÓB I



DODAWANIE – SPOSÓB II



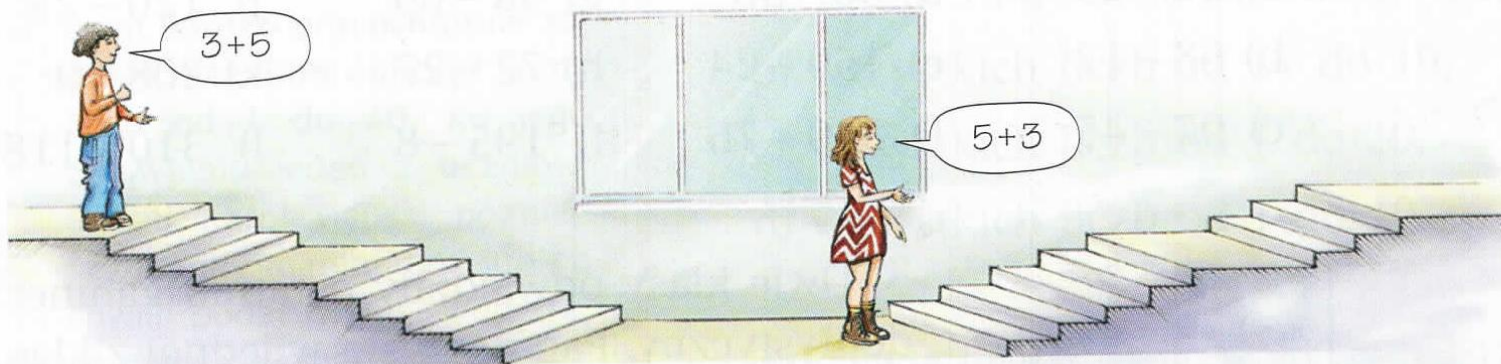
ODEJMOWANIE – SPOSÓB II



Klasa IV

N
278

ĆWICZENIE C. Czy na obu rysunkach jest tyle samo schodków?

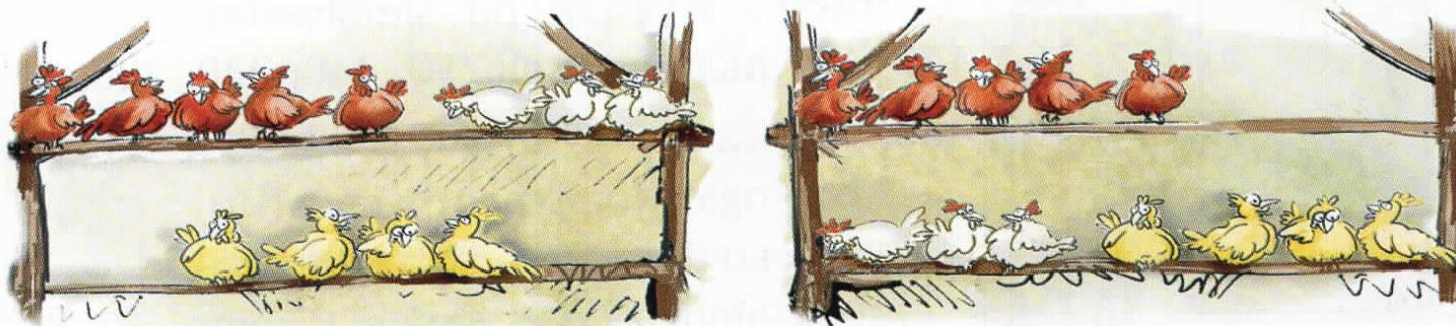


$$3 + 5 = 5 + 3$$

Wynik dodawania się nie zmienia, gdy przestawiamy składniki.

Uwaga. Ta własność dotyczy sumy dowolnych dwóch liczb, na przykład $13 + 578$ to tyle samo co $578 + 13$.



ĆWICZENIE D. Czy na obu rysunkach jest tyle samo kur?

$$5 + 3 + 4 = (5 + 3) + 4 = 5 + (3 + 4)$$

Składniki sumy możemy łączyć w dowolny sposób.

Gdy dodajemy kilka liczb, możemy ułatwić sobie obliczenia, przedstawiając składniki i łącząc je w odpowiedni sposób.

ĆWICZENIE E. Oblicz, wybierając najwygodniejszy sposób:

a) $86 + 97 + 3$

b) $6 + 94 + 78 + 22$

c) $99 + 276 + 1$





Zadania



str. 3-6



1. Oblicz w pamięci:

a) $13 + 37$

d) $128 + 6$

g) $40 + 80$

j) $87 + 30$

b) $24 + 58$

e) $332 + 8$

h) $70 + 90$

k) $49 + 80$

c) $27 + 37$

f) $457 + 5$

i) $150 + 80$

l) $75 + 60$



2. Oblicz w pamięci:



a) $56 - 23$

d) $80 - 36$

g) $98 - 69$

j) $120 - 23$

b) $68 - 12$

e) $150 - 24$

h) $72 - 27$

k) $208 - 9$

c) $97 - 45$

f) $300 - 76$

i) $195 - 8$

l) $310 - 118$



3. Dwie klasy odwiedziły ostatnio gabinet dentystyczny. Pan dentysta w jednej z klas wyrwał 5 zębów i zaplombował 3, a w drugiej wyrwał 7 zębów i zaplombował 11. Ile razem zębów wyrwał i zaplombował pan dentysta w obu klasach?





4. Odgadnij regułę, według której zapisano kolejne liczby.
Zapisz pięć następnych liczb.



a) 157, 167, 177, 187, ...

b) 450, 465, 480, 495, ...

c) 250, 240, 230, 220, ...

d) 500, 492, 484, 476, ...

5. Oblicz w pamięci:



a) sumę liczb 15 i 19,

b) sumę liczb 17, 13 i 24,

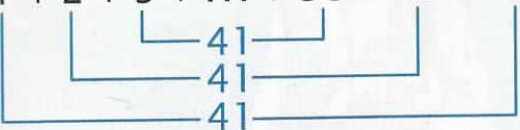
c) różnicę liczb 32 i 19,

d) różnicę liczb 130 i 31.



CIEKAWOSTKA

Pewien nauczyciel dał dzieciom bardzo pracowite zadanie: kazał im obliczyć sumę liczb od 1 do 40. Ku jego zdziwieniu jeden z uczniów, 9-letni Karol Gauss, później słynny matematyk, już po chwili podał wynik. Popatrz, co zauważył mały Karol:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 38 + 39 + 40$$




9. Oblicz sprytnie sumę:

N
279

- a) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$,
- b) wszystkich liczb od 11 do 19,
- c) wszystkich liczb od 1 do 20,
- d) wszystkich liczb od 1 do 40.



10. Jakie liczby oznaczono literami?

N
279

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $x + 27 = 50$ | d) $t - 55 = 40$ |
| b) $35 + y = 72$ | e) $48 = u + 34$ |
| c) $39 - z = 20$ | f) $60 = 95 - w$ |



11. a) W klatce C znajdują się mieszkania od numeru 25 do numeru 36. Ile mieszkań jest w tej klatce?

b) Jeden z rozdziałów tego podręcznika rozpoczyna się na stronie 75, a kończy na stronie 100. Ile stron ma ten rozdział?



12. Ile jest wszystkich liczb dwucyfrowych? Ile jest wszystkich liczb trzycyfrowych?

Superzagadka

Rysunek przedstawia cztery początkowe liczby, które nazywamy *trójkątnymi*.



1

pierwsza
liczba trójkątna



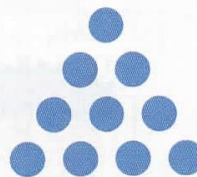
3

druga
liczba trójkątna



6

trzecia
liczba trójkątna



10

czwarta
liczba trójkątna

Jaka jest piąta, szósta, a jaka dziesiąta liczba trójkątna?

A

B

C

Klasa IV



DODAWANIE PISEMNE

N
296

Działania na liczbach można wykonywać w pamięci. Często jest to jednak zbyt trudne. Pomagamy sobie wtedy, wykonując rachunki pisemne.

ĆWICZENIE A. Pan Nowak ma w portfelu 1347 zł, a pani Nowakowa ma 421 zł. Czy potrafisz obliczyć w pamięci, ile razem mają pieniędzy?

Popatrz, jak można sposobem pisemnym obliczyć sumę $1347 + 421$.

$$\begin{array}{r} 1347 \\ + 421 \\ \hline 1768 \end{array}$$

Obliczając sposobem pisemnym sumę dwóch liczb, podpisujemy jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami itd., a następnie kolejno dodajemy: najpierw jedności, potem dziesiątki itd.

Najpierw dodajemy jedności: $7 + 1 = 8$

Potem dodajemy dziesiątki: $4 + 2 = 6$

Następnie dodajemy setki: $3 + 4 = 7$

Na końcu dodajemy tysiące: $1 + 0 = 1$



Pan Adam ma 427 zł, a pani Ewa ma 235 zł (zobacz rysunek 1). Aby łatwo obliczyć, ile razem mają pieniędzy, można ułożyć banknoty i monety tak jak na rysunku 2.

Rys. 1

Pieniądze
pana Adama



Pieniądze
pani Ewy



Rys. 2



Popatrz, w jaki sposób można obliczyć sumę liczb 427 i 235.

Najpierw dodajemy jedności:

$$7 + 5 = 12$$

12 jedności to 1 dziesiątka
i 2 jedności.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 427 \\ + 235 \\ \hline 2 \end{array}$$

Potem
dodajemy dziesiątki:

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 427 \\ + 235 \\ \hline 62 \end{array}$$

Na końcu
dodajemy setki:

$$4 + 2 = 6$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 427 \\ + 235 \\ \hline 662 \end{array}$$

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 1 \\ 247 \\ + 43 \\ \hline 290 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 687 \\ + 506 \\ \hline 1193 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1243 \\ + 786 \\ \hline 2029 \end{array}$$





Zadania

str. 54 – 56

1. Oblicz sposobem pisemnym:

- | | | |
|----------------|-----------------|-----------------------|
| a) $173 + 825$ | d) $895 + 3451$ | g) $5609 + 17025$ |
| b) $435 + 249$ | e) $906 + 4820$ | h) $615 + 1248 + 98$ |
| c) $587 + 341$ | f) $4997 + 663$ | i) $5675 + 86 + 7029$ |

2. a) Do liczby cztery tysiące trzysta siedemdziesiąt dziewięć dodaj trzydzieści siedem.

b) Oblicz sumę liczb jeden milion dwadzieścia sześć tysięcy sześćset i osiemset czterdzieści dziewięć tysięcy siedem.

c) Znajdź liczbę o osiemset pięćdziesiąt pięć większą od liczby sześć tysięcy osiemset dziewięć.



3. Czy suma liczb trzycyfrowej i czterocyfrowej może być liczbą sześciocyfrową?



Kacper klasa VII

Julka klasa VI

$$6898 + 4753 + 6289$$

$$\begin{array}{r} \text{1} + \text{2} + \text{2} \\ 6898 + \\ 4753 \\ 6289 \\ \hline 17940 \end{array}$$

$$6898 + 4753 + 6289$$

$$\begin{array}{r} \text{1} \quad \text{2} \quad \text{2} \\ 6898 \\ + 4753 \\ + 6289 \\ \hline 17940 \end{array}$$



Klasa IV



ODEJMOWANIE PISEMNE

N
297

ĆWICZENIE A. Pani Joanna miała 458 złotych. Kupiła sukienkę, która kosztowała 134 złote. Ile pieniędzy jej zostało?

Pieniądze
pani Joanny



cena
sukienki



Klasa IV

Popatrz, jak sposobem pisemnym można obliczyć różnicę $458 - 134$.

$$\begin{array}{r} 458 \\ - 134 \\ \hline 324 \end{array}$$

Obliczając sposobem pisemnym różnicę dwóch liczb, podobnie jak przy pisemnym dodawaniu podpisujemy jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami itd., a następnie kolejno odejmujemy: najpierw jedności, potem dziesiątki itd.

Najpierw odejmujemy jedności: $8 - 4 = 4$

Potem odejmujemy dziesiątki: $5 - 3 = 2$

Na końcu odejmujemy setki: $4 - 1 = 3$

ĆWICZENIE C. Oblicz sposobem pisemnym, ile pieniędzy zostałoby w portfelu pani Joanny, gdyby sukienka kosztowała 139 zł.





100200-74865=





Pan Adam ma 334 zł, a pani Ewa ma 216 zł (zobacz rysunek 1). Aby łatwo obliczyć, o ile więcej pieniędzy ma pan Adam, możemy ustawić banknoty i monety jak na rysunku 2.

Rys. 1

Pieniądze
pana Adama



Pieniądze
pani Ewy



Rys. 2



Klasa IV

Czasami przy odejmowaniu pisemnym musimy zamienić jedną dziesiątkę na jedność lub jedną setkę na dziesiątki itd. Obliczając pisemnie różnicę $334 - 216$, zamieniamy 3 dziesiątki i 4 jedność na 2 dziesiątki i 14 jedność.

3 dziesiątki i 4 jedność
to 2 dziesiątki i 14 jedność.

Odejmujemy jedność:

$$14 - 6 = 8$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 14 \\ 334 \\ - 216 \\ \hline 8 \end{array}$$

Potem
odejmujemy dziesiątki:

$$2 - 1 = 1$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 14 \\ 334 \\ - 216 \\ \hline 18 \end{array}$$

Na końcu
odejmujemy setki:

$$3 - 2 = 1$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 14 \\ 334 \\ - 216 \\ \hline 118 \end{array}$$





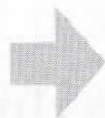
Klasa IV

Może się zdarzyć, że odejmując jedną liczbę od drugiej, musimy wykonać odpowiednie zamiany dwa lub więcej razy.

4 dziesiątki i 7 jedności
to
3 dziesiątki i 17 jedności

$$17 - 8 = 9$$

$$\begin{array}{r} 317 \\ 547 \\ - 398 \\ \hline 9 \end{array}$$



5 setek i 3 dziesiątki
to
4 setki i 13 dziesiątek

$$13 - 9 = 4$$

$$\begin{array}{r} 41317 \\ 547 \\ - 398 \\ \hline 49 \end{array}$$



Na końcu
odejmujemy setki:
 $4 - 3 = 1$

$$\begin{array}{r} 41317 \\ 547 \\ - 398 \\ \hline 149 \end{array}$$



Klasa IV

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 313 \\ 1438 \\ -1195 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 715 \\ 8561 \\ -4760 \\ \hline 3801 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61110 \\ 5720 \\ -675 \\ \hline 5045 \end{array}$$

ĆWICZENIE D. Zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami.



5 setek
to 4 setki i 10 dziesiątek,
czyli 4 setki, 9 dziesiątek i ? jedności

7 setek i 4 jedności
to 6 setek, 10 dziesiątek i 4 jedności,
czyli 6 setek, 9 dziesiątek i ? jedności

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 4910 \\ 500 \\ -286 \\ \hline 214 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6914 \\ 704 \\ -458 \\ \hline 246 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79913 \\ 8003 \\ -4457 \\ \hline 3546 \end{array}$$





Klasa V

1. Oblicz i sprawdź wynik za pomocą dodawania:

a) $283 - 142$

d) $7205 - 38$

g) $6430 - 879$

b) $734 - 515$

e) $4032 - 234$

h) $5001 - 243$

c) $825 - 697$

f) $8138 - 267$

i) $2000 - 659$

2. a) Oblicz różnicę liczb sześćset czterdzieści sześć tysięcy czterysta jeden i pięćdziesiąt sześć tysięcy trzysta.

b) Znajdź liczbę o dziewięćdziesiąt osiem mniejszą od liczby cztery tysiące jedenaście.

c) O ile mniejsza jest liczba dwadzieścia tysięcy sześćset siedemdziesiąt osiem od liczby dwadzieścia jeden tysięcy osiemdziesiąt pięć?

d) Od najmniejszej liczby pięciocyfrowej odejmij największą liczbę trzycyfrową. Jaki wynik otrzymałeś?



Klasa V



DZIAŁANIA PISEMNE – DODAWANIE I ODEJMOWANIE

N
311

Przypomnij sobie, jak wykonujemy dodawanie i odejmowanie sposobem pisemnym.

DODAWANIE

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 9526 \\ + 947 \\ \hline 10473 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50742 \\ 3678 \\ + 1906 \\ \hline 56326 \end{array}$$

ODEJMOWANIE

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 613 \\ 573 \\ - 148 \\ \hline 425 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4916 \\ 3506 \\ - 287 \\ \hline 3219 \end{array}$$



Zadania

str. 15-16

N
311

1. Oblicz:

- a) $3574 + 247$ c) $120672 - 1880$ e) $7542 + 379 + 50748$
b) $6027 - 549$ d) $400547 - 7965$ f) $175 + 2963 + 540 + 13$

2. Dokładny leśniczy policzył, że w jego lesie jest 3227 sosen, 584 świerki, 2898 buków, 302 dęby i 52 brzozy. O ile więcej jest w tym lesie drzew iglastych niż liściastych?

3. Oszacuj najpierw wynik działania, a następnie wykonaj obliczenia sposobem pisemnym. Porównaj wynik szacowania z dokładnym wynikiem.

- a) $976 + 845$ b) $1357 - 489$ c) $3805 - 1786$





Kacper klasa VII

$$100200 - 74865$$

$$\begin{array}{r} 100200 \\ - 74865 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{-1}{0} \overset{-1}{0} \overset{-1}{2} \overset{-1}{0} \overset{-1}{0} \\ - 74865 \\ \hline 25335 \end{array}$$



Julka klasa VI

100200-74865

$$\begin{array}{r} 100200 \\ - 74865 \\ \hline 25335 \end{array}$$

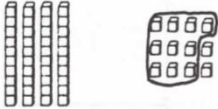
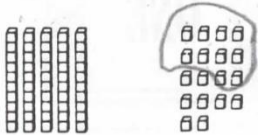
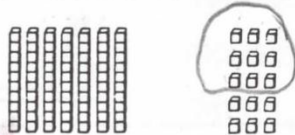
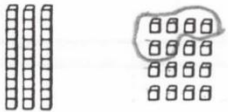
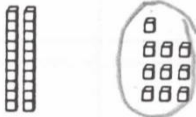
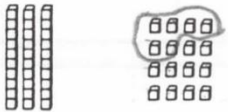
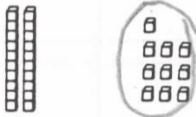
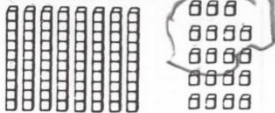
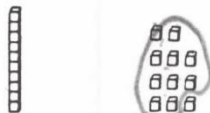
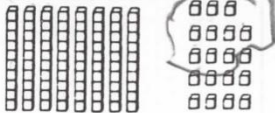
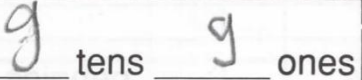
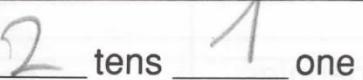
$$\begin{array}{r} 74865 \\ 10 \\ 85115 \\ 10 \\ 100200 \\ - 74865 \\ \hline 25335 \end{array}$$

A

B

C

Write how many tens and ones you see in each picture.
If you can, ring 10 ones to make another ten.
Fill in a new label.

4 tens 12 ones 	5 tens 18 ones 	7 tens 16 ones 
5 tens 2 ones 	6 tens 8 ones 	8 tens 6 ones 
3 tens 16 ones 	2 tens 10 ones 	3 tens 19 ones 
4 tens 6 ones 	3 tens 0 ones 	4 tens 8 ones 
8 tens 10 ones 	1 ten 11 ones 	0 tens 18 ones 
9 tens 9 ones 	2 tens 1 one 	1 ten 8 ones 





2. Figure out if you can trade 10 ones for 1 ten.
If you can, fill in the new numbers.

6 tens 15 ones
<u>7</u> tens <u>5</u> ones

4 tens 11 ones
<u>5</u> tens <u>1</u> one

1 ten 18 ones
<u>2</u> tens <u>8</u> ones

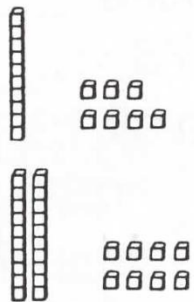
6 tens 7 ones
<u>6</u> tens <u>7</u> ones

8 tens 10 ones
<u>9</u> tens <u>0</u> ones

7 tens 19 ones
<u>8</u> tens <u>9</u> ones

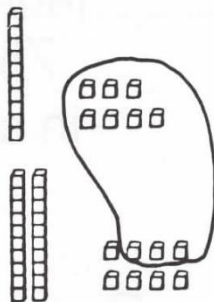


Step 1
Add the ones first.
Check if you can
make a ten.



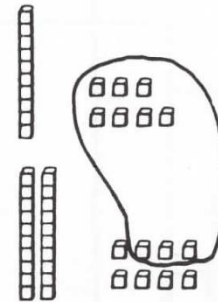
$$\begin{array}{r} 17 \\ + 28 \\ \hline \end{array}$$

Step 2
If you can, ring a ten
Write the ten and
the ones.



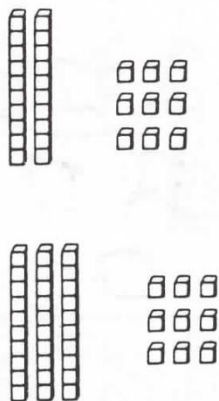
$$\begin{array}{r} 17 \\ + 28 \\ \hline 5 \end{array}$$

Step 3
Now add the tens.
Write the tens.

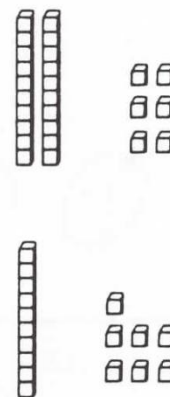


$$\begin{array}{r} 17 \\ + 28 \\ \hline 45 \end{array}$$

Add these.
Use the picture of blocks to help.



tens	ones
2	9
+ 3	9
6	8



tens	ones
2	6
+ 1	7
4	3

Krok 1. Podpisujemy jedności
pod jednościami, dziesiątki pod
dziesiątkami, setki pod setkami itd.

Krok 2. Dodajemy cyfrę jedności
do cyfry jedności.

Wynik wpisujemy w rzędzie jedności.

$$\begin{array}{r} 168 \\ + 421 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 168 \\ + 421 \\ \hline 9 \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of the units column: an arrow points from the 8 in the units column of the first number to the 1 in the units column of the second number, with the calculation $8+1=9$ shown next to it. Another arrow points from the result 9 down into the units column of the answer line.

Krok 3. Dodajemy cyfrę dziesiątek
do cyfry dziesiątek.

Wynik wpisujemy w rzędzie
dziesiątek.

$$\begin{array}{r} 168 \\ + 421 \\ \hline 89 \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of the tens column: an arrow points from the 6 in the tens column of the first number to the 2 in the tens column of the second number, with the calculation $6+2=8$ shown next to it. Another arrow points from the result 8 down into the tens column of the answer line.

Krok 4. Dodajemy cyfrę setek
do cyfry setek.

Wynik wpisujemy w rzędzie setek.

$$\begin{array}{r} 168 \\ + 421 \\ \hline 589 \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of the hundreds column: an arrow points from the 1 in the hundreds column of the first number to the 4 in the hundreds column of the second number, with the calculation $1+4=5$ shown next to it. Another arrow points from the result 5 down into the hundreds column of the answer line.



Jeżeli dodajemy liczby większe niż trzycyfrowe, dodajemy cyfrę tysięcy do cyfry tysięcy, cyfrę dziesiątek tysięcy do cyfry dziesiątek tysięcy itd.

Jeżeli dodawane liczby nie mają jednakowej ilości cyfr, wówczas zapisy działań pisemnych mogą wyglądać następująco:

$$\begin{array}{r} 372 \\ + 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5854 \\ + 143 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9528 \\ + 61 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ + 714 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 3723 \\ \hline \end{array}$$

koniec przykładu 3.1.

Ćwiczenie 1.

Wykonaj działania sposobem pisemnym.

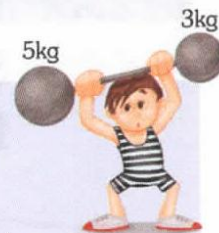
a) $73 + 24$

c) $123 + 44$

e) $4235 + 564$

b) $44 + 55$

d) $133 + 145$



Dziesięć jedności to jedna dziesiątka. Zatem jeżeli w pewnym rzędzie suma wynosi więcej niż 9, to zapisujemy tylko jedności, a dziesiątkę przenosimy do rzędu wyższego.

Przykład

Przykład 3.2.

a) $68 + 26 =$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 68 \\ + 26 \\ \hline 94 \end{array}$$

$$8 + 6 = 14 = 10 + 4$$

$$1 + 6 + 2 = 9$$

b) $359 + 64 =$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 359 \\ + 64 \\ \hline 423 \end{array}$$

$$9 + 4 = 13 = 10 + 3$$

$$1 + 5 + 6 = 12 = 10 + 2$$

$$1 + 3 = 4$$

koniec przykładu 3.2.



Przykład 3.3.

Sposobem pisemnym możemy dodawać jednocześnie więcej niż dwie liczby.

$$\begin{array}{r} 938 \\ 472 \\ + 25 \\ \hline 5 \end{array}$$

$8 + 2 + 5 = 15 = 10 + 5$

$$\begin{array}{r} 938 \\ 472 \\ + 25 \\ \hline 35 \end{array}$$

$1 + 3 + 7 + 2 = 13 = 10 + 3$

$$\begin{array}{r} 938 \\ 472 \\ + 25 \\ \hline 1435 \end{array}$$

$1 + 9 + 4 = 14$



Popatrz, jak sobie ułatwiłam
obliczenia w tym przykładzie.
Dodałam 7 i 3, a potem 6 i 4.

No tak, faktycznie,
przecież dodawanie
jest przemienne.

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 7 \\ 5 \ 8 \ 6 \\ \quad 6 \ 4 \\ + 1 \ 0 \ 3 \\ \hline \end{array}$$



Ponieważ suma nie zależy od kolejności składników, możemy ją obliczyć,
dodając cyfry zarówno z góry na dół, jak i z dołu do góry lub zmieniając
w pamięci ich kolejność.

Zobacz, jak można ułatwić dodawanie:

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \\ 1 \ 2 \ 7 \\ 5 \ 8 \ 6 \\ \quad 6 \ 4 \\ + 1 \ 0 \ 3 \\ \hline 8 \ 8 \ 0 \end{array}$$

$$(7 + 3) + (6 + 4) = 10 + 10 = 20$$

$$(2 + 2 + 6) + 8 + 0 = 18$$

$$1 + 1 + 5 + 1 = 8$$



Przykład 3.4.

Przepis na odejmowanie pisemne (należy pamiętać, że od liczby większej odejmujemy liczbę mniejszą):

Krok 1. Podpisujemy jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, setki pod setkami itd.

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 6 \\ -\ 3\ 2\ 1 \\ \hline \end{array}$$

Krok 2. Od cyfry jedności odejmujemy cyfrę jedności.

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 6 \\ -\ 3\ 2\ 1 \\ \hline 5 \end{array}$$

$6 - 1 = 5$

Krok 3. Od cyfry dziesiątek odejmujemy cyfrę dziesiątek.

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 6 \\ -\ 3\ 2\ 1 \\ \hline 3\ 5 \end{array}$$

$5 - 2 = 3$

Krok 4. Od cyfry setek odejmujemy cyfrę setek.

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 6 \\ -\ 3\ 2\ 1 \\ \hline 1\ 3\ 5 \end{array}$$

$4 - 3 = 1$

Krok 5. Przepisujemy cyfrę tysięcy (ponieważ nie ma czego odjąć).

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 5\ 6 \\ -\ 3\ 2\ 1 \\ \hline 7\ 1\ 3\ 5 \end{array}$$





W przypadku, gdy cyfra odjemnej jest mniejsza od odpowiedniej cyfry odjemnika, należy zamienić jedną jednostkę rzędu wyższego na 10 jednostek rzędu niższego (popularnie nazywa się to **pożyczaniem**).

Przykład 3.5.

- a) Cyfra odjemnej jest mniejsza od cyfry odjemnika w rzędzie jedności.

$$\begin{array}{r} 5 \quad 10+1=11 \\ 2 \quad 8 \quad 6 \quad 1 \\ - \quad 3 \quad 1 \quad 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 11 \\ 2 \quad 8 \quad 6 \quad 1 \\ - \quad 3 \quad 1 \quad 9 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 4 \quad 2 \end{array}$$

Ponieważ od 1 jedności nie można odjąć 9 jednostek, „pożyczamy” od 6 dziesiątek jedną i zamieniamy ją na 10 jednostek.

Łącznie jest teraz 11 jednostek – 1 z działania i 10 „pożyczonych”.

Po „pożyczeniu” w działaniu pozostało 5 dziesiątek.



b) Cyfra odjemnej jest mniejsza od cyfry odjemnika w rzędzie dziesiątek.

$$\begin{array}{r} 6 \quad 10+5=15 \\ 7 \quad 5 \quad 4 \\ - \quad 5 \quad 8 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

Two arrows point upwards from the text below to the tens and units columns of the subtraction problem.

$$\begin{array}{r} 6 \quad 15 \\ 7 \quad 5 \quad 4 \\ - \quad 5 \quad 8 \quad 2 \\ \hline 1 \quad 7 \quad 2 \end{array}$$

Ponieważ od 5 dziesiątek nie można odjąć 8 dziesiątek, „pożyczamy” od 7 setek jedną i zamieniamy ją na 10 dziesiątek.

Łącznie jest teraz 15 dziesiątek — 5 z działania i 10 „pożyczonych”.

Po „pożyczeniu” w działaniu pozostało 6 setek.



Ćwiczenia

A. Tata Ani postanowił kupić nową drukarkę i skaner. Drukarka kosztuje 215 złotych, a skaner 163 złote. Tata poprosił Anię, aby obliczyła, ile pieniędzy musi zapłacić w sklepie. Ania użyła do tego pieniędzy załączonych do podręcznika. Spróbuj policzyć razem z nią.

$$215 \text{ zł} = 200 \text{ zł} + 10 \text{ zł} + 5 \text{ zł}$$

$$163 \text{ zł} = 100 \text{ zł} + 60 \text{ zł} + 3 \text{ zł}$$

Ania liczy w następujący sposób: $215 \text{ zł} + 163 \text{ zł} = (200 \text{ zł} + 100 \text{ zł}) + (10 \text{ zł} + 60 \text{ zł}) + (5 \text{ zł} + 3 \text{ zł}) = 300 \text{ zł} + 70 \text{ zł} + 8 \text{ zł} = 378 \text{ zł}$



A

B

C



dodawanie
sposobem
pisemnym



Aby ułatwić sobie dodawanie dużych liczb, poznamy nowy sposób ich sumowania – **dodawanie sposobem pisemnym**.

Dodawanie pisemne liczb zaczynamy od ich właściwego zapisania. Wykonując dodawanie sposobem pisemnym, starannie zapisujemy: jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, setki pod setkami i tak dalej. Zapisanie składników w inny sposób spowoduje otrzymanie błędnego wyniku.





B. Popatrz, jak dodajemy pisemnie liczby:

	setki	dziesiątki	jedności
		7	5
		+	6 8
		1	3 0
	+		1 3
	1	4	3

$70 + 60$
 $5 + 8$

	setki	dziesiątki	jedności
	3	4	9
+	5	7	2
	8	0	0
+	1	1	0
		1	1
	9	2	1

$300 + 500$
 $40 + 70$
 $9 + 2$



C. Przy obliczeniach możesz pomagać sobie, używając pieniędzy. Podpisujemy składniki, dopisujemy symbol działania, jakie wykonujemy (tutaj znak +), i podkreślamy dodawane liczby poziomą kreską.

Dodawanie możemy zacząć od dodawania jedności (czyli od prawej strony).

$1 + 6 = 7$, zatem pod kreską w rzędzie jedności zapisujemy 7.

Następnie dodajemy liczby zapisane w rzędzie dziesiątek.

$2 + 4 = 6$, zatem w rzędzie dziesiątek zapisujemy 6.

Na koniec dodajemy setki.

$5 + 3 = 8$, w rzędzie setek zapisujemy więc 8.

	setki	dziesiątki	jedności
	5	2	1
+	3	4	6
	8	0	0
+		6	0
			7
	8	6	7

$500 + 300$

$20 + 60$

$1 + 6$

	setki	dziesiątki	jedności
	5	2	1
+	3	4	6

	setki	dziesiątki	jedności
	5	2	1
+	3	4	6
			7

	setki	dziesiątki	jedności
	5	2	1
+	3	4	6
		6	7

	setki	dziesiątki	jedności
	5	2	1
+	3	4	6
	8	6	7

Wynikiem dodawania liczb 521 i 346 jest liczba **867**.



- A.** Łukasz miał w skarbonce 268 zł. Postanowił sprawdzić, ile mu zostanie, jeżeli wyda 123 zł na gry komputerowe. Wyjął pieniądze z wkładki do podręcznika i liczył. Spróbuj liczyć razem z nim.

$$268 \text{ zł} = 200 \text{ zł} + 60 \text{ zł} + 8 \text{ zł}$$

$$123 \text{ zł} = 100 \text{ zł} + 20 \text{ zł} + 3 \text{ zł}$$

$$268 \text{ zł} - 123 \text{ zł} = (200 \text{ zł} - 100 \text{ zł}) + (60 \text{ zł} - 20 \text{ zł}) + (8 \text{ zł} - 3 \text{ zł}) = 100 \text{ zł} + 40 \text{ zł} + 5 \text{ zł} = 145 \text{ zł}$$

W ten sposób Łukasz obliczył, że po zakupie gier komputerowych zostanie mu 145 zł. Czy otrzymałeś taki sam wynik?

- B.** Agnieszka lubi dodawać. Zamiast odejmować dodaje „po kawałku” tak, aby otrzymać odjemną.

- C.** Mateusz liczy tak:

	setki	dziesiątki	jedności
	5	2	3
-		7	6
			4
		2	0
	4	0	0
+		2	3
	4	4	7

do 80
do 100
do 500
do 523

	setki	dziesiątki	jedności
	1	2	0
-		5	2
			9
			1
		7	0
	4	0	0
+	2	0	0
		2	4
	6	7	5

do 530
do 600
do 1000
do 1200
do 1204



Opisz wymyślony przez Agnieszkę sposób odejmowania.

Odejmowanie rozpoczynamy od rzędu jedności, czyli od strony prawej.

$5 - 2 = 3$, zatem w rzędzie jedności zapiszemy 3.

		6	4	5
	-	2	3	2
				3

Następnie odejmujemy dziesiątki: $4 - 3 = 1$, zatem w rzędzie dziesiątek zapisujemy 1.

		6	4	5
	-	2	3	2
			1	3

Na koniec odejmujemy setki: $6 - 2 = 4$, w rzędzie setek zapiszemy więc 4.

		6	4	5
	-	2	3	2
		4	1	3

Wynikiem odejmowania liczb 645 i 232 jest liczba **413**.

Dodawanie i odejmowanie to działania odwrotne. **Wynik odejmowania możemy sprawdzić, dodając odjemnik** (to liczba odejmowana) **do różnicy** (to wynik odejmowania).



odjemnik,
różnica

Sprawdzenie możemy wykonać tak:

		4	1	3
	+	2	3	2
		6	4	5

D. Obliczmy różnicę liczb 947 i 372.

Sposobem Agnieszki:

	setki	dziesiątki	jedności	
	9	4	7	
-	3	7	2	
		2	8	do 400
	5	0	0	do 900
+		4	7	do 947
	5	7	5	





Sposobem Mateusza:

$7 - 2 = 5$, zatem w rzędzie jedności zapisujemy 5.

Nie możemy od liczby 4 odjąć liczby 7, dlatego 1 setkę zamieniamy na dziesiątki. Nad dziewiątką zapisujemy liczbę o 1 mniejszą, czyli 8. Następnie wracamy do rzędu dziesiątek, wpisujemy nad nim liczbę 14 i wykonujemy działanie $14 - 7 = 7$.

W rzędzie dziesiątek pod kreską wpisujemy 7. Na koniec odejmujemy setki $8 - 3 = 5$, w rzędzie setek wpisujemy więc 5.

W wyniku odejmowania liczb 947 i 372 otrzymaliśmy liczbę **575**.

		8	14	
		9	4	7
	-	3	7	2
		5	7	5



E. Obliczmy różnicę liczb 523 i 149.

Dodając "po kawałku":

	setki	dziesiątki	jedności
	5	2	3
-	1	4	9
		5	1
	3	0	0
+		2	3
	3	7	4

do 200
do 500
do 523

Odejmując sposobem pisemnym:

Od 3 jednościami nie możemy odjąć 9 jednościami. Zatem zamieniamy 1 dziesiątkę na 10 jednościami (zostaje 1 dziesiątka), a jednościami jest 13.

$$13 - 9 = 4$$

Wynik zapisujemy pod jednościami.

	4	11	13
	5	2	3
-	1	4	9
	3	7	4

Od jednej dziesiątki nie możemy odjąć 4 dziesiątek. Zatem zamieniamy 1 setkę na 10 dziesiątek (zostają 4 setki), a dziesiątek jest 11.

$$11 - 4 = 7$$

Wynik zapisujemy pod dziesiątkami.

Od 4 setek odejmujemy 1 setkę.

$$4 - 1 = 3$$

Wynik zapisujemy pod setkami.

Wynikiem odejmowania liczb 523 i 149 jest liczba **374**.



Prawie jak w pamięci!

To się może przydać!

Zobacz, jak można dodać te dwie liczby.

$84 + 49 = ?$									
4 i 9 to 13. $\begin{array}{r} 84 \\ + 49 \\ \hline 13 \end{array}$					80 i 40 to 120. $\begin{array}{r} 84 \\ + 49 \\ \hline 13 \end{array}$				
Razem... $\begin{array}{r} 84 \\ + 49 \\ \hline 133 \end{array}$									

Prześledź jeszcze trzy przykłady.

$$\begin{array}{r} 358 \\ + 65 \\ \hline 110 \\ + 300 \\ \hline 323 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 467 \\ + 386 \\ \hline 113 \\ + 700 \\ \hline 853 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 42 \\ + 137 \\ \hline 14 \\ 100 \\ + 100 \\ \hline 214 \end{array}$$

1. Oblicz w ten sam sposób.

a)	$\begin{array}{r} 78 \\ + 56 \\ \hline \end{array}$	b)	$\begin{array}{r} 59 \\ + 67 \\ \hline \end{array}$	c)	$\begin{array}{r} 95 \\ + 38 \\ \hline \end{array}$	d)	$\begin{array}{r} 52 \\ 64 \\ + 37 \\ \hline \end{array}$
----	---	----	---	----	---	----	---

B

C

- 1. Liczby można dodawać pisemnie na różne sposoby, na przykład tak:**

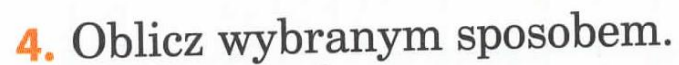
$$68 + 85 = ?$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ + 85 \\ \hline 13 \\ + 140 \\ \hline 153 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 68 \\ + 85 \\ \hline 153 \end{array}$$

Oblicz wybranym sposobem.

a)	b)	c)	d)
7 6	6 5	8 8	2 4
+ 8 5	+ 9 6	+ 6 9	3 6
			+ 4 3



[illegible]

$$\begin{array}{r} 111 \\ 1657 \\ + 765 \\ \hline 2422 \end{array}$$





5. Wykonaj odejmowanie wybranym sposobem.

$$603 - 395 = ?$$

600		3
300	90	5

500	100	3
300	90	5

500	90	13
300	90	5

$$200 + 8 = 208$$

									9			
		5	10					5	10	13		
		5	0	3				5	0	3		
		-	3	9	5			-	3	9	5	
									2	0	8	

a)	9	2	5	-	4	5	8		b)	7	3	2	-	3	6	5		c)	5	2	6	-	2	1	9



Dodawanie i odejmowanie liczb wielocyfrowych wygodnie jest wykonywać sposobem pisemnym.

1. Aby dodać 4 283 i 12 414, zapiszmy obie liczby w tabelce dziesiątkowej.

	ST	DT	T	S	D	J
			4	2	8	3
+		1	2	4	1	4
suma →		1	6	6	9	7

Odczytujemy wynik:

$$4\,283 + 12\,414 = 16\,697.$$

2. Aby obliczyć $48\,437 + 125\,392$, zapiszmy obydwa składniki w tabelce dziesiątkowej i dodajmy liczby w poszczególnych rzędach.

		4	8	4	3	7
+	1	2	5	3	9	2
	1	6	13	7	12	9
suma →	1	7	3	8	2	9

Aby odczytać wynik, postąpimy tak jak Jaś i Zuzia, gdy liczyli zapalki (str. 19). Chcemy, aby w poszczególnych rzędach były liczby jednocyfrowe. W rzędzie dziesiątek pozostawimy 2, zaś jedną setkę przeniesiemy do rzędu setek. Podobnie w rzędzie tysięcy pozostawimy 3, a dziesiątkę tysięcy przeniesiemy do rzędu dziesiątek tysięcy. Wynik dodawania to 173 829.

	ST	DT	T	S	D	J
			4	2	8	3
+		1	2	4	1	4

Dodajmy teraz liczby zapisane w poszczególnych rzędach.



3. Dodajmy: $8\,979 + 15\,989$.

		8	9	7	9
+	1	5	9	8	9
	1	13	18	15	18
suma	2	4	9	6	8

		8	9	7	9
+	1	5	9	8	9
	1	13	18	15	18

Musimy teraz doprowadzić do tego, aby w poszczególnych rzędach były liczby jednocyfrowe.

Zauważ, że zamiast rysowania tabelki dziesiątkowych i wpisywania w nie liczb możemy **dodawane liczby podpisać jedną pod drugą**, podobnie jak w tabelce dziesiątkowej.

Następnie dodajemy liczby w poszczególnych rzędach, zaczynając od rzędu jednośc. Jeżeli w pewnym rzędzie suma liczb po dodaniu jest większa od 9, to zostawiamy w tym rzędzie liczbę jednostek, a liczbę dziesiątek przenosimy do kolejnego, wyższego rzędu.



4.

4.

	2	8	9	3	5	4	7
+		3	0	0	6	7	9
	2	11	9	3	11	11	16
→ suma	3	1	9	4	2	2	6

		1	4	8	2	9
+	7	5	6	4	3	1
	7	6	10	12	5	10
	7	7	1	2	6	0



Odejmowanie pisemne

P Przykład

Odejmowanie pisemne liczb wielocyfrowych wykonujemy podobnie, jak dodawanie, na przykład $79\,879 - 34\,516$.

Aby wykonać to odejmowanie, zapiszmy obie liczby w tabeli dziesiątkowej.

	7	9	8	7	9
	3	4	5	1	6
–					
różnica →	4	5	3	6	3

	7	9	8	7	9
	3	4	5	1	6
–					

Odejmujemy teraz liczby w poszczególnych rzędach, zaczynając od rzędu jedności:

$$79\,879 - 34\,516 = 45\,363.$$

Może się zdarzyć, że podczas odejmowania liczb w pewnym rzędzie, odjemnik będzie większy od odjemnej. Wtedy w odjemnej przenosimy jedną jednostkę bezpośrednio z wyższego rzędu do danego rzędu i w ten sposób możemy wykonać odejmowanie.



Na przykład:

		5	10		8	10
9	6	3	5	9	4	
3	4	8	2	5	7	
-						
6	1	5	3	3	7	

różnica

9	5	13	5	8	14	
3	4	8	2	5	7	
-						
6	1	5	3	3	7	

różnica

Oczywiście, całą operację możemy wykonać w pamięci, czapisując tylko rezultaty kolejnych odejmowań, podobnie jak w tabelce.

9	8	4	3	2	1	5
1	9	8	6	4	5	6
-						
7	8	5	6	7	5	9





Liczby naturalne możemy także zapisywać, dodając na końcu przecinek i po przecinku jedno lub więcej zer. Liczby 50,00 i 6,00 to liczby naturalne.

$$50,00 = 50$$

$$6,00 = 6$$

Popatrz, w jaki sposób można zapisać liczbę 0,239:

$$0,239 = \frac{239}{1000} = \frac{200}{1000} + \frac{30}{1000} + \frac{9}{1000} = \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{9}{1000}$$

0,239 to 2 części dziesiąte, 3 części setne i 9 części tysięcznych.



W zapisie ułamka dziesiętnego kolejne cyfry po przecinku oznaczają, z ilu części dziesiątych, z ilu części setnych, z ilu części tysięcznych itd. składa się ten ułamek.





Gdy obliczamy sposobem pisemnym sumę ułamków dziesiętnych, podpisujemy przecinek pod przecinkiem, jedności pod jednościami, części dziesiąte pod częściami dziesiątymi itd., a następnie postępujemy tak, jak przy dodawaniu liczb naturalnych.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 42,80 \\ + 57,93 \\ \hline 100,73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25,438 \\ + 6,700 \\ \hline 32,138 \end{array}$$

Jeśli w dodawanych liczbach ilość cyfr po przecinku nie jest taka sama, to możemy dopisać zera.





Obliczając sposobem pisemnym różnicę ułamków dziesiętnych, podpisujemy przecinek pod przecinkiem, jedności pod jednościami, części dziesiąte pod częściami dziesiątymi itd., a następnie postępujemy tak, jak przy odejmowaniu liczb naturalnych.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 6,543 \\ - 3,850 \\ \hline 2,693 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75,100 \\ - 1,236 \\ \hline 73,864 \end{array}$$

Jeśli w odjemnej i odjemniku ilość cyfr po przecinku nie jest taka sama, to możemy dopisać zera.





Kacper

$$\begin{array}{r} +1 \\ +4,74 \\ 0,40 \\ \hline 5,14 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} -1-1 \\ 6,40 \\ 5,18 \\ \hline 0,92 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} +0,92 \\ -1 \\ 5,44 \\ 2,24 \\ \hline 3,17 \end{array}$$





klasa VI

6. Dodaj w pamięci:

a) $4,4 + 0,6$

b) $3,6 + 0,7$

c) $2,17 + 0,22$

d) $7,11 + 2,9$

$5,2 + 3,8$

$4,8 + 2,5$

$3,45 + 2,05$

$6,4 + 0,81$

$9,9 + 6,1$

$3,7 + 8,4$

$6,37 + 2,13$

$4,55 + 3,5$

7. Odejmij w pamięci:

a) $8 - 0,7$

b) $4,7 - 0,8$

c) $2,83 - 0,3$

d) $3,5 - 0,42$

$5 - 3,2$

$2,5 - 1,7$

$6,58 - 3,5$

$5,4 - 1,03$

$6 - 0,42$

$8,2 - 4,5$

$9,41 - 2,1$

$9 - 2,27$

